

問題：点Aの座標は(-2, 2)で、点Bのx座標は4である。

点Pは原点を出発し、関数  $y = ax^2$  のグラフ上を点Bまで進む。

- ①  $a$  の値を求めよ。
- ② 直線ABの式を求めよ。
- ③  $\triangle OAB$  の面積を求めよ。
- ④ 原点を通り、 $\triangle OAB$  の面積を二等分する直線の式を求めよ。
- ⑤  $\triangle OAB = \triangle PAB$  となるときの点Pの座標を求めよ。
- ⑥  $\triangle OBC$  を  $y$  軸を回転の軸として1回転させてできる立体の体積を求めよ。

①  $y = ax^2$  に  $(-2, 2)$  代入  
 $2 = 4a$   
 $a = \frac{1}{2}$

②  $y = \frac{1}{2}x^2$  に  $x=4$  代入  
 $y = \frac{1}{2} \times 16$   
 $y = 8$

$B(4, 8)$   $A(-2, 2)$  より  
 直線ABは  

$$\begin{cases} 8 = 4a + b \\ 2 = -2a + b \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 4 \end{cases}$$

$$y = x + 4$$

③  $\triangle OAB = \triangle OAC + \triangle OCB$   
 $\triangle OAC = 4 \times 2 \div 2 = 4$   
 $\triangle OCB = 4 \times 4 \div 2 = 8$   
 $\therefore \triangle OAB = 12$

④  $O(0, 0)$  と  $A$  と  $B$  の中点 ( $D$  を通すばよい)  
 中点  $D$  の座標は  $(\frac{-2+4}{2}, \frac{2+8}{2})$  より  
 $D(1, 5)$  となる。  
 $\therefore O(0, 0)$  と  $D(1, 5)$  を通す直線の式は  
 $y = 5x$

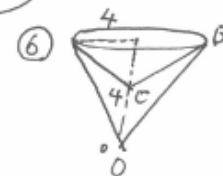
⑤ 点Pは原点を通り、 $y = x + 4$  と平行な直線と  $y = \frac{1}{2}x^2$  の交点になる。

よってPを求めるには  

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2 \\ y = x \end{cases}$$
 の交点を求めよ。

$\frac{1}{2}x^2 = x$   
 $x^2 = 2x$   
 $x^2 - 2x = 0$   
 $x(x-2) = 0$   
 $x = 0, 2$

$x = 2$  が  $\odot$   
 $P(2, 2)$



⑥  $(\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 8) - (\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 4)$   
 $= \frac{128\pi}{3} - \frac{64\pi}{3}$   
 $= \frac{64\pi}{3}$