図１

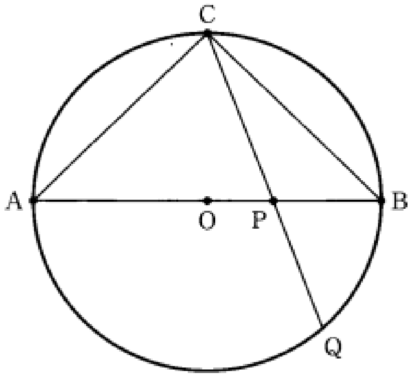
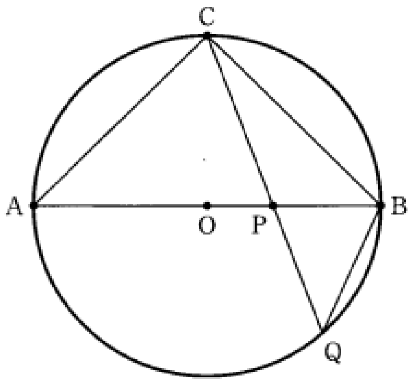



図２




問題: 点$O$は線分$AB$を直径とする円の中心である。
点$C$は円周上にある点で、$AC=BC$である。
点$P$は、線分$AB$上にある点で、点$A$、点$B$のいずれにも一致しない。
点$C$と点$P$を結んだ線分$CP$を$P$の方向にのばした直線と円Oの交点をQとする。

(問1) 図1において、∠CPBの大きさを$a$°とするとき、∠ACPの大きさを$a$を使って表せ。

仮定より
$AC=BC$,
$AB$は円Oの直径なので、
$\triangle ACB$は$\angle C=90°$の直角二等辺三角形である。
よって、
∠CAB=45° ①
∠CPB=$a$　②
∠CPB＝∠ACP+∠CAB　③
①、②を③に代入して
$a$＝∠ACP+45
したがって
∠ACP=$a-45$

(問2) 図2は、図1において点Bと点Qを結んだ場合を表している。
① △APC∽△QPBであることを証明せよ。
② AO=10cm, AP=15cmのとき、△CQBの面積は何$cm^2$か。

①
△APCと△QPBにおいて
∠APC=∠QPB（対頂角） ①
弧AQに対する円周角は等しいので
∠ACP=∠QPB　②
①、②より
2組の角がそれぞれ等しいので
△APC∽△QPB

②
△CQB=△CPB+△QPB
△CPB＝$5\times10\div2$
＝25
したがって、△QPBの面積が分かればよい
①より、△APC∽△QPBなので
△QPB＝$x\ cm^2$とすると
△APC:△QPB＝$CP^2:BP^2$　①
ここで、
△APC=$15\times10\div2$
＝75　②

△OPCに三平方の定理を適用して
$CP^2=10^2+5^2$
$CP^2=125$　③
また、
$BP^2=25$　④
①に②、③、④を代入して
$75:x=125:25$
$125x=75\times25$
$x=15$
よって
△CQB=25+15より
△CQB=40