右の図1で，点Oは原点，点Aの座標は$(-4,-3)$であり，直線ℓは一次関数$y=-x+5$のグラフを表している。

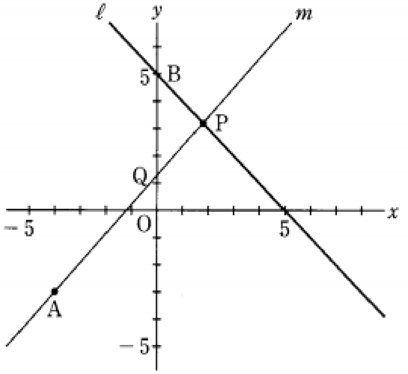
直線ℓとy軸との交点をBとする。

直線ℓ上にあり，x座標が8より小さい正の数である点をPとする。

2点A，Pを通る直線をmとし，直線mとy軸との交点をQとする。

座標軸の1目盛りを1cmとして，次の各問に答えよ。

図1



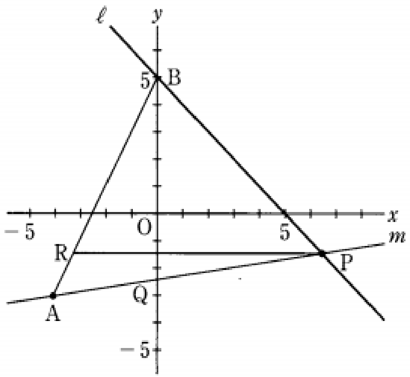
〔問1〕 点Pのx座標が2のとき，直線mの式を求めよ。

〔問2〕 AQ＝QPとなるとき，点Qの座標を求めよ。

〔問3〕 右の図2は，図1において，2点A，Bを結び，点Pを通りx軸に平行な直線をひき，線分ABとの交点をRとした場合を表している。

△BRPの面積が27cm^2となるとき，△APRの面積は何cm^2か。

図2



[問1] 点Pのx座標が2なので、

$y=-x+5$ に $x=2$ を代入

$y=-2+5$

$y=3 \quad P(2,3)$

直線mは2点 $P(2,3)$ と $A(-4,-3)$ を通るので、

$y=ax+b$ に代入して連立方程式を解く

$$\begin{cases} 3=2a+b \\ -3=-4a+b \end{cases}$$

これを解いて

$$\begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$$

よって、直線mは $y=x+1$

[問2] 点Qはy軸上にあり、AとPの中点であるので、

点P $(a,-a+5)$とすると、A$(-4,-3)$なので、

$$\frac{a-4}{2}=0$$

$a=4$ より、$P(4,1)$ よって、Q$(0,-1)$

[問3] 点P $(a,-a+5)$とすると

$\triangle BRP=27$ ①

$\triangle BRP$の底辺$RP=a-\left(-\dfrac{a}{2}\right)=\dfrac{3a}{2}$ ②

$\triangle BRP$の高さ$=5-(-a+5)$

$=a$ ③

$\triangle BRP=RP\times$高さ$\div 2$ に①、②、③を代入して

$$27=\frac{3a}{2}\times a\div 2$$

$$\frac{3a^2}{4}=27$$

$a^2=36$

$a=\pm 6$

$a>0$ より $a=6$

よって、P$(6,-1)$

ここで、直線ABの式を求めると、

$y=ax+5$ が $(-4,-3)$ を通るので、

$-3=-4a+5$

$4a=8$

$a=2$ より、直線AB $y=2x+5$

点Rは点Pとy座標が等しいので、$(x,-1)$とおける

これを $y=2x+5$ に代入して、

$-1=2x+5$

$2x=-6$

$x=-3$ よって、$R(-3,-1)$

$B(0,5), A(-4,-3)$, そして、$R(-3,-1)$となるので、

$BR:RA=3:1$

よって、$\triangle APR:\triangle BRP=1:3$ で$\triangle BRP=27$なので、

$x:27=1:3$

$3x=27$

$x=9$ 　答$9cm^2$