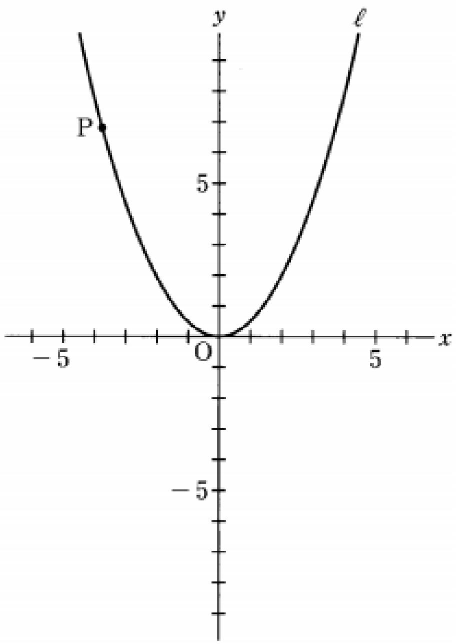
右の図１で，点Ｏは原点，曲線 ℓ は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフを表している。
曲線 ℓ 上にある点をＰとする。
次の各問に答えよ。

図１



〔問１〕 点Ｐの x 座標を a，y 座標を b とする。
a のとる値の範囲が $-3 \leqq a \leqq 1$ のとき，b のとる値の範囲を不等号を使って，

$\boxed{} \leqq b \leqq \boxed{}$

で表せ。

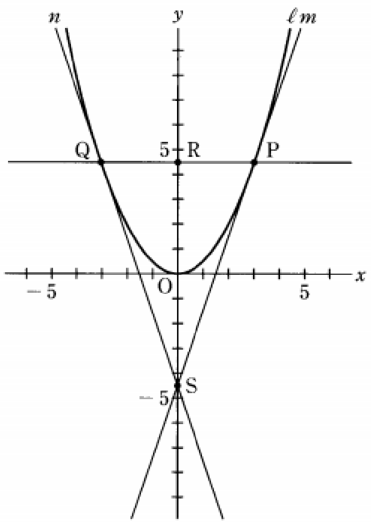
$0 \leqq b \leqq \frac{9}{2}$

〔問２〕 右の図２は，図１において，点Ｐの x 座標が正の数のとき，点Ｐを通り x 軸に平行な直線をひき，曲線 ℓ との交点のうち x 座標が負の数である点をＱ，y 軸との交点をＲ，x 軸を対称の軸として点Ｒと線対称な点をＳとし，２点Ｐ，Ｓを通る直線を m，２点Ｑ，Ｓを通る直線を n とした場合を表している。
次の①，②に答えよ。

① 直線 m が点 $(0,\ -8)$ を通るとき，点Ｐの座標を求めよ。

② ２点Ｏ，Ｐを通る直線と直線 n との交点をＴとした場合を考える。
点Ｐの x 座標が２のとき，線分ＱＴの長さと線分ＴＳの長さの比をもっとも簡単な整数の比で表せ。

図２



①点 R と点 S は x 軸について対称なので、
$S(0,-8)$ のとき、$R(0,8)$ となり、P の y 座標は8となる。
よって、$y=8$ を $y=\frac{1}{2}x^2$ に代入して

$8=\frac{1}{2}x^2$
$x^2=16$
$x=\pm 4$
$x>0$ より
$x=4$　　よって、$P(4,8)$

② 点 T は直線 OP とQSの交点なので、
それぞれの直線の式を求めて連立方程式を解く。
直線OPは 原点を通り、$(2,2)$ を通るので、
$y=x$
直線QSは $(-2,2)$ と $(0,-2)$ を通るので、
$y=ax+b$ に代入して

$$\begin{cases} 2=-2a+b \\ -2=b \end{cases}$$

これを解いて

$$\begin{cases} a=-2 \\ b=-2 \end{cases}$$

よって、直線QSは　$y=-2x-2$
直線OPと直線QSの交点Ｔは次の連立方程式を解けばよい。

$$\begin{cases} y=x \\ y=-2x-2 \end{cases}$$

これを解くと、

$$\begin{cases} x=-\frac{2}{3} \\ y=-\frac{2}{3} \end{cases}$$

$\mathrm{T}\left(-\frac{2}{3},-\frac{2}{3}\right)$ より、$\mathrm{QT}:\mathrm{TS}=2:1$