

右の図1で、点Oは原点、曲線ℓは関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフを表している。

点A、点Bはともに曲線ℓ上にあり、座標はそれぞれ(-6, 9)、(6, 9)である。

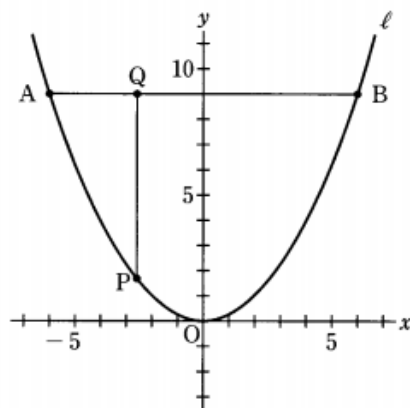
点Aと点Bを結ぶ。

曲線ℓ上にあり、x座標が-6より大きく6より小さい数である点をPとする。

点Pを通りy軸に平行な直線を引き、線分ABとの交点をQとする。

座標軸の1目盛りを1cmとして、次の各問に答えよ。

図1



[問1] 点Pのx座標をa、線分PQの長さをb cm とする。

a のとる値の範囲が $-4 \leq a \leq 3$ のとき、b のとる値の範囲を不等号を使って、

$$\boxed{} \leq b \leq \boxed{}$$

で表せ。

[問2] 右の図2は、図1において、点Pの

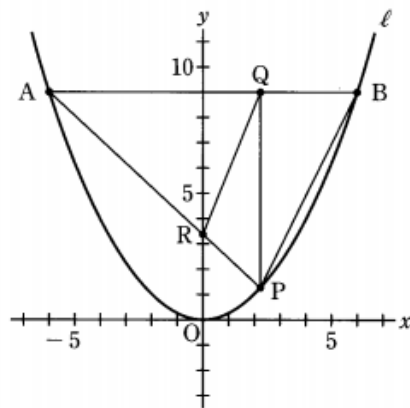
x座標が正の数のとき、点Aと点Pを結び、線分APとy軸との交点をRとし、点Qと点R、点Bと点Pをそれぞれ結んだ場合を表している。

次の①、②に答えよ。

① 点Rの座標が(0, 1)のとき、2点A、Pを通る直線の式を求めよ。

② $PQ = AQ$ となるとき、 $\triangle RPQ$ の面積は、 $\triangle PBA$ の面積の何分のいくつか。

図2



[問1] $PQ = b$ より
 $5 \leq b \leq 9$

[問2] ① 直線APは2点 $R(0, 1)$ と $A(-6, 9)$ を通るので、 $y = ax + b$ にそれぞれ代入して

$$\begin{cases} 1 = b \\ 9 = -6a + b \end{cases}$$

この連立方程式を解いて

$$\begin{cases} a = -\frac{4}{3} \\ b = 1 \end{cases}$$

よって、 $y = -\frac{4}{3}x + 1$

② 点Pの座標を $(a, \frac{a^2}{4})$ とすると、

$PQ = AQ$ より

$$9 - \frac{a^2}{4} = a - (-6)$$

これを整理すると

$$a^2 + 4a - 12 = 0$$

$$(a+6)(a-2) = 0$$

$$a = -6, a = 2$$

$a > 0$ ので、

$a = 2$ が適する

よって、 $P(2, 1)$

Pの座標が分かったので、

$$\triangle APQ = \triangle APB \times \frac{8}{12}$$

$$\triangle APQ = \frac{2}{3} \triangle APB \quad \text{①}$$

また、

$$\triangle RPQ = \frac{1}{4} \triangle APQ \quad \text{②}$$

ここで、①を②に代入して

$$\triangle RPQ = \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} \triangle APB$$

$$\triangle RPQ = \frac{1}{6} \triangle APB$$

答 $\frac{1}{6}$