

問題: 図1をみて次の問いに答えなさい。

ただし、点Pのx座標は2, そして1目盛りを1cmとする。

[問1] 直線 l と直線 m の式を求めなさい。

直線 l は (0,12) と (12, 0) を通るので、

$$y = -x + 12$$

また、直線 m は (0, -4) と $P(2, 10)$ を通るので、

$$y = 7x - 4$$

[問2] 直線 l と直線 m の交点の座標Pを求めなさい。

$$P(2, 10)$$

[問3] $\triangle PBA$ の面積を求めなさい。

$$\begin{aligned} \triangle PBA &= 16 \times 2 \div 2 \\ &= 16 \end{aligned}$$

[問4] 線分APがx軸により2等分されるとき、線分BPと線分PCの長さの比を求めなさい。

線分APとx軸の交点をQとすると、点Qは点Aと点Pの中点となる。

点Pを (a, b) とすると、点Qの座標は $A(0, -4)$ より

$$\left(\frac{a+0}{2}, \frac{b-4}{2} \right) \text{ と表せる。}$$

ここで、点Qはx軸上なので、

$$\frac{b-4}{2} = 0 \text{ となる。}$$

これを解いて

$$b = 4$$

点 $P(a, 4)$ となり、これを $y = -x + 12$ に代入して

$$4 = -a + 12$$

$$a = 8$$

点 $P(8, 4)$ となる。

ここで、点Pからy軸に平行にひいた直線とx軸との交点をRとすると、

$$BP : PC = OR : RC$$

点 $P(8, 4)$, $O(0, 0)$, $C(12, 0)$ より、

$$BP : PC = 8 : 4$$

したがって、

$$BP : PC = 2 : 1$$

[問5] 図2は、図1において、点Aと点Cを結び、点Pを通りy軸に平行な直線を引き、

線分ACとの交点をQとした場合を表している。

$\triangle CPQ$ の面積が 6cm^2 のとき、点Pの座標を求めよ。

$$\begin{aligned} \triangle CBA &= 16 \times 12 \div 2 \\ &= 96 \quad \text{①} \end{aligned}$$

$\triangle CBA \sim \triangle CPQ$ より、

$$\triangle CBA : \triangle CPQ = BA^2 : PQ^2 \quad \text{②}$$

仮定より

$\triangle CPQ = 6$, $BA = 16$, $PQ = x$ として、①を②に代入して

$$96 : 6 = 16^2 : x^2$$

$$96x^2 = 256 \times 6$$

$$x^2 = 16$$

$$x = \pm 4$$

$x > 0$ より

$$x = 4$$

$PQ = 4$ となる。

ここで、直線PQとx軸の交点をRとすると、

$$BO : AO = PR : QR$$

$$BO : AO = 12 : 4 \text{ より}$$

$$BO : AO = 3 : 1$$

したがって、

$$PR : QR = 3 : 1 \text{ として、} PQ = 4 \text{ なので、}$$

$$PR = 3, QR = 1 \text{ となる。}$$

よって、

$$\text{点 } P(9, 3)$$

